

LES GRAPHIQUES A PROGRESSION LOGARITHMIQUE

Le choix d'une échelle logarithmique est nécessaire si une évolution ou un graphique a une pente très forte :

- * Echelle des âges de la Terre
- * Coupe de l'atmosphère : les couches basses nous intéressent plus que les couches d'altitude, par ailleurs peu différenciées.

* Evolution du prix d'un produit dont la croissance est spectaculaire :

Exemple : La production d'un bien A a pris au cours d'un siècle la valeur suivante :

1800	1	1840	10000
1810	10	1850	10000
1820	100	1900	1000000
1830	1000		

Si on prend une échelle arithmétique, 1 mm = 1 unité, il faut un papier de 1 km...

Si on prend une feuille normale, on obtient un croquis où les variations d'avant 1840 ne sont pas perceptibles alors que la production a été multipliée par 10 000 !

Pour représenter des séries marquées par de très fortes amplitudes de variation, tout en gardant le maximum d'information, on utilise des représentations sous forme de graphiques semi-logarithmiques.

Dans les échelles arithmétiques, un intervalle donné sur l'axe des ordonnées et des abscisses représente toujours la même valeur ;

Les très forts contrastes sont représentés en usant de l'avantage des logarithmes. L'usage des logarithmes permet de **transformer les multiplications de valeurs en addition de longueurs**. Lorsqu'on multiplie par 10, on ajoute un intervalle de référence (nommé module) :

$$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$$

Dans une progression logarithmique, un intervalle donné sur l'axe des ordonnées correspond à une puissance de 10.

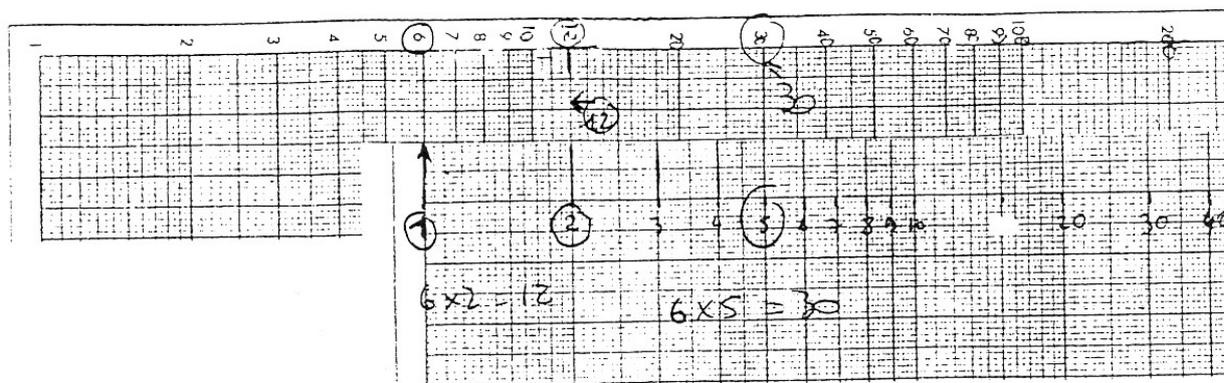
Attention, le logarithme n'est pas une unité ! On continue de compter en valeurs, mais on progresse de façon logarithmique sur le papier.

Le papier à progression log. du commerce comprend généralement 2 ou 3 modules. Les dimensions de chaque module varient suivant le fabricant (alors que le cm ne doit pas varier !). Dans la liasse de « documents », vous avez 2 types de papier semi log à 3 modules.

Faites l'expérience suivante : photocopiez en un. Coupez le en 2 dans le sens de la longueur. Etalonnez les deux morceaux. Repérez «6 » sur l'un des morceaux. Mettez le «1 » de l'autre en face du «6 ».

Regardez en face du «2 » de ce nouveau morceau : vous avez «12 » sur le premier.

Vous avez ainsi réalisé une règle à calcul : transformant 6×2 (valeur) en $6+2$ (longueur).



Dans un graphique à échelle semi-logarithmique, les ordonnées sont en progression logarithmique, et les abscisses en progression arithmétique.

Lorsqu'on le peut, Il vaut mieux travailler sur du papier pré-imprimé (vous en avez deux feuilles dans les « documents »), car cela simplifie considérablement le travail.

Le papier semi-logarithmique du commerce existe en deux et trois modules. Un module correspond à l'écart entre deux puissances successives de 10. Il faut autant de modules que de puissances de 10 successives.

Chaque module est divisé en 9 tranches principales d'épaisseur inégale car proportionnelle aux logarithmes des nombres indiqués en marge (2,3,4,5,6,7,8,9).

Si on doit porter sur un graphique semi-logarithmique, les chiffres suivants : 125, 375, 430, 560, etc.

On fait correspondre aux chiffres 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; etc. du module, les nombres suivants : 100, 200, 300, 400, 500 etc. On utilise les lignes intermédiaires pour déterminer l'emplacement exact du point représentatif. Attention, il s'agit de **puissances de 10 successives**. Cela peut donc aussi bien être [1,10,100] que [0,1 ; 1 ; 10] ou [10000 ; 100000 ; 1000000].

Attention, **il n'y a jamais de 0 car le log (0) n'existe pas**. En revanche, le $\log(1) = 0$, donc 1 se retrouve à l'origine. Si vous devez descendre en dessous de 1, vous passez avec les puissances de 10 négatives ($10^{-2} = 0,01$ et ainsi de suite).

Avant de réaliser quelque graphique que ce soit, il faut commencer par compter combien de puissances de 10 successives sont concernées par la représentation, afin d'en déduire le nombre de modules.

Exercice N°9 : Production des différents types de véhicules automobiles de l'ex URSS. (p.20, B). Vous choisirez comme « fond » le papier semi log aux modules les plus grands. Graphique à réaliser sur calque simple.

On lit le graphique par la pente : une même pente suppose la même multiplication dans le même temps, quel que soit l'emplacement sur la courbe. Mais « multiplié par 3 » ne correspond pas à la même valeur lorsque le chiffre de départ est 2 et lorsque c'est 1,5 milliards. Il faut donc prendre garde à la lecture et toujours penser en terme de rythme et non de quantité. Il faut également **toujours préciser** qu'il s'agit d'un graphique à progression semi-log afin d'éviter toute confusion au lecteur.

Mais vous êtes aussi libre de donner au module l'épaisseur que vous lui souhaitez. Ceci devient particulièrement intéressant lorsque le nombre de modules est important.

On peut aussi travailler sur du papier millimétré ordinaire, en calculant à chaque fois le log de la quantité à exprimer pour les ordonnées, et en gardant la progression arithmétique pour les abscisses.

Pour l'exécution, il suffit de calculer le log décimal de chaque valeur à représenter, et c'est ce log qui sert pour placer le point. Lorsque vous avez réalisé la courbe de l'évolution de la population indienne, vous aviez 1 cm pour 100 millions d'habitants. Lorsque vous aviez à représenter 250 millions d'hab., vous avez calculé qu'il fallait 2,5 cm. Vous procédez exactement de la même façon avec les logarithmes. Si vous avez à représenter 4,2 marks pour 1 dollar, vous calculez le log déc. de 4,2 : cela donne 0,62 et c'est cette valeur que vous placez. En quelque sorte, on compte des marks, mais on dessine des log.

Le travail sur papier millimétré ordinaire avec calcul des logarithmes est nécessaire dès qu'on a un nombre trop grand de puissances de 10. C'est le cas du graphique sur la dévaluation du mark entre 14 et 23.

Il s'agit toujours de logarithmes décimaux.

Dans l'exemple choisi en début de chapitre :

production de 1 , log de 1 = 0

production de 10, log de 10 = 1

production de 100, log de 100 = 2

production de 1000 , log de 1000 = 3

et ainsi de suite : log de 10 puissance x = x .

Il n'y a donc pas de valeur fixe à l'échelle des ordonnées.

Il faut faire attention à la lecture du graphique.

La réalisation de ce type de graphique sur du papier millimétré ordinaire demande beaucoup de calculs (le log pour chaque donnée) et beaucoup de précision. Avec une calculette (ou mieux : excel) et du papier millimétré, c'est vraiment très simple.

*Exercice N°10 : L'effondrement du cours du mark (p. 3, F). Vous prendrez 1 cm pour 1 module et 12 mm pour 1 an.
Pour que le graphique soit « parlant » il faut que la courbe s'effondre, comme le mark.
Graphique à réaliser sur calque millimétré.*

